

Farver og interpolasjon

Et essay i anledning IFHS

av

Erik Christopher Dyken, <erikd@ifi.uio.no>

Institutt for Informatikk

Universitetet i Oslo

høsten 2000

Innhold

1 Innledning	2
2 Noen begreper og definisjoner i farvelæren	3
3 Noen farvemodeler igjennom historien	4
4 Farvemodeler som benyttes i dag	6
5 Kort om Beziérkurver	8
6 Håndtering av kurver og farver i OpenGL	8
7 To små forsøk	9
7.1 Farvelagte Beziérkurver i OpenGL	10
7.2 Interpolasjon i både RGB og HSV-farverommene	11
8 Oppsummering	12
9 Referanser og farveplansjer	14

1 Innledning

Som en del av introduksjonskurset for nye hovedfagsstudenter ved Institutt for Informatikk må man skrive et essay. Dette er et slikt essay.

Temaet for dette essayet er farver og interpolasjon av disse. Dette er et stort tema. Essayet er delt i to deler. Første del, som består av kapittel 2 til 6, består av teori som benyttes i annen del. Først defineres noen begreper fra farvelæren. I neste kapittel gis en kort oversikt over diverse forsøk på å lage farvemodeller opp igjennom historien. Derefter gis det en oversikt over de mest benyttede farverom nå til dags. Til slutt er det en meget kort redegjørelse for Beziérkurver som kan benyttes til interpolasjon.

I annen del, som består av kapittel 7, gjøres to små forsøk på interpolasjon. Det første forsøket prøver ut måten OpenGL håndterer farvelegging av kurver. Det andre forsøket sammenligner interpolasjon i to forskjellige farverom.

For å interpolere farver må man vite hvordan farver forholder seg til hverandre; man må vite for eksempel hvilken farve som ligger mellom grønt og blått. Dette er ikke trivielt, og det har vært gjort en rekke forsøk opp igjennom historien på å finne relasjonene mellom farver.

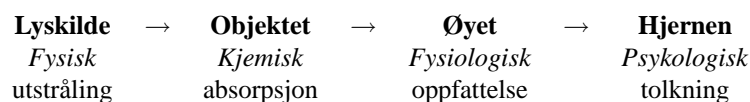
I uminnelige tider har man blandet pigmenter. Dette er en *kjemisk* modifikasjon av lys som reflekteres fra et objekt.

Fra 1700-tallet arbeidet man mye med å etablere et system for farver basert på *fysikken*. Men ingen av disse systemene greide å forklare helt hvorfor man kunne reprodusere alle mulige farver ut i fra en vektet sum av rødt, grønt og blått lys.

I 1802 forklarte Sir Thomas Young dette ut i fra menneskers *fysiologi*: Mennesket hadde bare tre typer reseptorer for farver i øyet, og disse reagerte nemlig på rødt, grønt og blått.

Goethe brakte i 1810 også *psykologien* på banen med blant annet sine undersøkelser av simultan og suksessiv kontrast.

Det er altså iallfall fire uavhengige forhold som påvirker oppfattelsen av en farve. Farvens reise fra lys til hjerne kan illustreres slik:



Det har vært mye forvirring opp igjennom historien, da man ikke alltid har identifisert dette som separate prosesser. Spesielt har blanding av lys (additiv farveblanding) og blanding av farveskikt (subtraktiv farveblanding) ofte vært blandet sammen og dermed skapt mye forvirring.

2 Noen begreper og definisjoner i farvelæren

Første gang jeg lærte noe teoretisk om farver, i allefall som jeg husker, var i barnehagen. Da lærte jeg, som sikkert de fleste andre, at man hadde tre primærfarger, henholdsvis rødt, gult og blått. Hvis du blandet gult og blått så fikk du grønt. Blått og rødt gav lilla, mens gult og rødt gav orange.

Senere lærte jeg at en farve-TV benyttet bare tre farver for å få til alle mulige farver, nemlig rødt, grønt og blått. Dette stemte jo ikke helt. Da jeg fant ut at farvetrykk benytter de fire fargene turkis, magenta, gult og sort, gjorde dette forvirringen større.

Dette er tre forskjellige basiser for farver, som bygger på helt forskjellige kriterier: Den første basisen baserer seg på **pigmenter**. Det var *Jacob Christof Le Blon* som på 1700-tallet fant ut at man kunne få til omtrent alle farver ved å blande rødt, gult og blått. Men disse tre fargene var umulige å få til ved hjelp av blandinger av andre farver igjen. Så derfor var dette en naturlig basis, og en som er mye benyttet, blant annet i barnehagen min.

Den andre basisen baserer seg på hvordan mennesker oppfatter farver i form av **farvet lys**. Alle mulige former for farvet lys, som vi kan oppfatte og skille imellom, kan dannes som en vektet kombinasjon av de tre fargene rødt, grønt og blått. Dette farverommet kalles *RGB* og er et *additivt* farverom fordi man legger sammen farver.

Den tredje basisen baserer seg på **filtrering av lys** reflektert fra hvitt papir. Så hvis du farvelegger et ark gult betyr det at det ikke blir reflektert noe blått fra arket. Farvelegges arket derefter med et skikt turkis slipper ikke rødt igjennom, så det er bare grønt som ikke blir absorbert. Dette farverommet kalles *CMYK* og er et *subtraktivt* farverom fordi man trekker fra farver. Teoretisk skulle man få sort hvis man legger alle de tre fargene oppå hverandre, men i praksis får man ofte en mørk og skitten brunfarve. Så da kommer den siste K'en inn som står for sort(black), og gir en ordentlig sortfarve.

I henhold til [Adobe00] er det en forskjell mellom de to begrepene *farvemodell* og *farverom*. En farvemodell er en *måte* å tallfeste en farve på, mens et farverom er en utgave av en farvemodell med en definert rekkevidde. Som et eksempel kan jeg nevne at de fleste monitorer benytter RGB-farvemodellen, men spenner forskjellige farverom da for eksempel 100% rød ikke nødvendigvis er helt den samme farven på to monitorer.

Jeg har valgt å ikke skille mellom disse to begrepene da det ikke er hensiktsmessig i denne sammenhengen. Det er dessuten litt uklart om hvorvidt man skal definere for eksempel Johannes Ittens farvesirkel som et farverom eller en farvemodell.

I tillegg benytter jeg begrepene *primærfarver*, *komplementærfarver* og *kontrastfarver*. I litteraturen er det litt varierende hva man legger i de respektive begreper, men jeg har valgt følgende definisjoner:

primærfarver danner en basis for fargene, da alle fargene uttrykkes som blandinger av primærfarver. Primærfarver avhenger derfor av hvilket farverom man benytter.

Hvordan begrepet **komplementærfarve** er definert varierer en del i litteraturen, men i denne sammenhengen er følgende definisjon valgt: Hvis du blander farvet lys og lys av dens komplementærfarve får du hvitt lys. For eksempel er turkis komplementærfarven til rødt, og vice versa. Komplementærfarver er plassert på motsatt side av hverandre på Newtons farvesirkel.

En **kontrastfarve** er den farven som står på motsatt side av farvesirkelen. I Newtons farvesirkel blir kontrastfarve og komplementærfarve det samme, men på andre farvesirkeler er de forskjellige.

3 Noen farvemodeller igjennom historien

Farver har alltid hatt en viktig plass i vår kultur. Farver er ikke en tilfeldig attributt noe har uten særlig betydning. Vi assosierer farver med både *følelser* og *meninger*. For eksempel assosieres hvitt med lys, renhet, godhet og uskyld, mens sort assosieres med dysterhet, sorg og ondskap. Rødt er jo kjærlighetens og blodets farve, mens gul symboliserer både handling og energi samt feighet og sykdom. Grønn er naturens farve og symboliserer fruktbarhet og fornyelse.

Vi benytter også farver for å skaffe oss informasjon om omgivelsene rundt oss. Vi oppfatter ting som har mistet farve som langt unna. Dette er, som Ken Musgrave påpeker i [Ebert98, s.362], noe vi kaller for *farveperspektiv*: Lyse objekter blir rødere ved avstand, mens mørke objekter blir blåere ved avstand. Dette fenomenet har kunstnere langt tilbake i tiden benyttet seg av, og vi kjenner jo uttrykket “de syv blåner” fra eventyrene.

Malere har i uminnelige tider undret seg over, og undersøkt, hvilke farver som passer til hvilken og hvordan de forholder seg til hverandre. En av de første som forsøkte å sette farvene i system var *Aristoteles*(384-322 f.Kr.) med sin hypotese om at alle farver er blandinger av sort og hvitt [Zollinger99, s.3]. Opp igjennom senmiddelalderen og i renessansen ble farver mer og mer viktig, og derfor meget studert. I følge [Levkowitz97, s.31] har man i en notatbok av *Leonardo Da Vinci*(1492-1519) funnet spor av forsøk på å organisere farver i geometrier. Men det var først på 1700-tallet farveorganiseringsen skjøt fart, som et resultat av *Sir Isaac Newtons* (1642-1727) verk “*Opticks*” som kom ut i 1704.

I *Opticks* ble farvesirkelen presentert, da den var et produkt av farve og optikkeksperimentene til Newton. I følge [Zollinger99, s.71] er denne farvesirkelen resultatet av at Newton foldet spekteret rundt til en sirkel. Verdt å merke seg er at magenta ikke eksisterer i denne farvesirkelen, da magenta er en blanding av henholdsvis rødt og blått som ligger i hver sin ende av farvespekteret. Newton definerte syv farver som sin basis: gul, orange, rød, lilla, indigo, blå og grønn med forskjellige vekt. Derfor ser sirkelen ganske asymmetrisk ut. Denne farvesirkelen var et hjelpemiddel for å beregne resultatet av kombinasjoner av favede lys. Forøvrig kom Newton senere med en åttefarvers utgave av farvesirkelen hvor magenta var med. På denne sirkelen var farvene uniformt fordelt.

En tidlig anvendelse av farvesirkelen gjorde, i følge [Verity80, s.16], den tyske kobberstikkgravøren *Jakob Christof Le Blon* (1667-1741). Han benyttet Newtons syv farver for å lage farvetrykk, og han oppdaget at alle disse farvene ikke var nødvendige, man kunne klare seg med tre: rødt, gult og blått. Han definerte disse tre farvene som *primærfarver*, da de ikke kunne oppnås som en blanding av andre farver. Han utviklet også i 1710 firefarverstrykk, som benytter seg av turkis, magenta, gult og sort [Zollinger99, s.73].

Den tyske matematikeren *Johann Tobias Mayer* (1723-1762) benyttet seg i 1745 av Le Blons tre primærfarver ved å plassere dem i hjørnet av en trekant og satte blandinger av to og to farver langs kantene og blandinger av alle 3 farvene inne i trekanten [Verity80, s.16]. Resultatet ble en todimensjonal farvetrekant.

Johann Heinrich Lambert(1728-1777) benyttet seg i 1772 av rødt, gult og blått som Mayer, og sort i tillegg for å konstruere et sett av trekanter med forskjellig intensitet. Dette er det første tredimensjonale farverommet [Verity80, s.16], og resultatet ble som en slags kransekake av trekanter over hverandre.

Den tyske maleren *Philipp Otto Runge*(1777-1810) publiserte i 1810 sin *Farbenkugel* i boken “*Farbenkugel oder Konstruktion der Verhältnisse der Farben zueinander*”.

Han plasserte farvespekteret langs ekvator, samt sort og hvitt på hver sin pol.

Den franske kjemikeren *Michel Eugène Chevreul* (1786-1889) laget litt senere, i 1861, en fargeblandingsteori som benyttet en tredimensjonal gjennomskåret farvehalvkule [Verity80, s.16]. Den ble alment anerkjent, og påvirket farvelæren i kunstskoler i mer enn 100 år. Han fant dessuten ut at komplementære fargekombinasjoner gav optimal kontrast og harmoni mellom farver [Zollinger99, s.76].

Den tyske vitenskapsmannen *Wilhelm Ostwald* (1853-1932) vant i 1909 *Nobelprisen* for sitt arbeide innen fysikalisk kjemi. Han konstruerte et tredimensjonalt farverom, bestående av to kjegler satt bunn mot bunn. Farvene lå langs bunnsirkelen og gråskalaen langs høyden fra toppunkt til toppunkt.

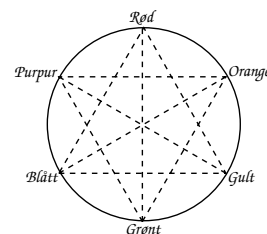
Sir Thomas Young (1773-1829) fant ut i 1802 at årsaken til at man kan danne alle synlige farger ut i fra en blanding av tre primærfarver (trichromacity) ligger i menneskers fysiologi, og ikke i fysikken [Zollinger99, s.104]. *Sir James Clerk Maxwell* (1831-1879) og *Hermann von Helmholtz* (1821-1890) arbeidet videre med dette og dannet fundamentet for *tristimulusteorien* som fortsatt er fundamental.

Johann Wolfgang Goethe (1749-1832) publiserte i 1810 sitt store verk “Zur Farbenlehre”. Han hadde en *fysiologisk* og *psykologisk* vinkling i motsetning til tidligere forsøks *fysiske* vinkling. Goethe vektla oppfattelsen og opplevelsen av farven og den subjektive opplevelsen ute i naturen var idealet. Han undersøkte og beskrev blant annet fenomenene han kalte *suksessiv kontrast* og *simultankontrast*. Suksessiv kontrast er effekten du får ved å se på en farvet figur mot en sort bakgrunn over en tid, for så å bytte ut denne med et hvitt ark. Du vil da se den samme figuren, men med en slags motsatt farve. Simultankontrast er at man ofte ser den samme motsatte farven på skygesiden av ting i skarpt sollys. Gul har purpur som motsatt farve. Den motsatte farven til rød er grønn og den motsatte farven til orange er blå. Han laget et system, kjent som Goethes farvesirkel, med disse seks farvene som basis, hvor kontrastfarvene er plassert på motsatt side av hverandre (se skisse i marginen). Som det påpekes i [Verity80] stimuleres simultan og suksessiv kontrast også av andre ting enn forholdet mellom farve og komplementærfarve — et hint om dette er at kontrastene gjelder også for forholdet mellom sort og hvitt, som ikke er komplementærfarver, eller strengt tatt farver i det hele tatt.

Forøvrig er det verdt å nevne at han angrep Newtons farveteorier, og spesielt Newtons hvitfarge som en blanding av alle farver i spekteret, da det strider mot intuisjonen. Som en liten kuriositet kan det nevnes at Goethe, som utvilsomt er mest kjent for sin diktning, anså selv sin farvelære som sitt viktigste verk.

Den amerikanske maleren *Albert Henry Munsell* (1859-1918) publiserte i 1905 “A Color Notation” hvor han presenterte sitt farvesystem, kjent som Munsells farvesystem. Han var motstander av å benytte mengder av farvenavn for å beskrive farver, og ville ha en rasjonell måte for å beskrive farver på, basert på vanlige desimaltall. Han benyttet tre begreper “hue”, definert som egenskapen vi benytter for å skille farver fra hverandre, “value”, definert som egenskapen vi benytter for å skille lyse farger ifra mørke, og “chroma” definert som egenskapen som skiller en ren farge fra gråtone. Rommet består av en akse fra sort til hvitt, og skiver med farvesirkeler langs denne akse (se illustrasjoner i [Verity80, s.11-13]). Denne modellen minner meget om dagens HSV og HSL modeller.

Som en avslutning vil jeg ta med den sveitsiske maler og kunstpedagogen *Johannes Itten* (1888-1967). Han var ansatt i *Bauhaus*, en arkitektinstitusjon som dannet grunnlag for ekspresjonismen i mellomkrigstidens Tyskland. Han jobbet mye med farver, fargekomposisjoner og farveharmonier. I 1961 utga han sin bok *Kunst der Farbe: Subjektives Erleben und objektives Erkennen als Wege zur Kunst* hvor han beskriver hvordan



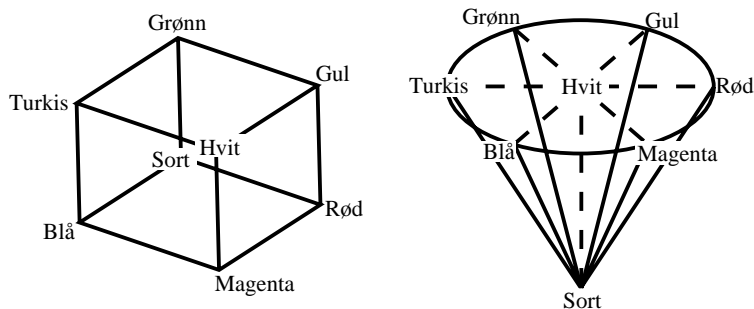
man skal harmonisere farver. Han konstruerte en farvesirkel med tolv farver, hvor man kan finne farveharmonier ved å tegne regulære geometriske former inne i denne sirkelen: for eksempel vil en likebent trekant gi tre farver som harmonerer, en firkant vil gi fire farver som harmonerer og så videre. Denne farvelæren benyttes mye i dagens kunstutdanning.

4 Farvemodeler som benyttes i dag

Det finnes altså ingen enkel og opplagt løsning på farvenes forhold til hverandre. I følge [Zollinger99, s.63] har vi i dag i hovedsak tre fundamentale måter å beskrive farver kvantitativt:

1. Ren fysisk representasjon av farven i farvespekteret, helt objektivt og uavhengig av menneskers farvesyn. Farven blir da en funksjon av bølgelengden, så farverepresentasjon blir strengt tatt problemet med å finne en passende *kontinuerlig funksjon*.
2. Farven representert ut i fra stimulusen i menneskeøyet, altså hva vi mennesker oppfatter som forskjellige farver. Idéen her er at alle synlige farver kan dannes av en positivt vektet blanding av rødt, grønt og blått lys¹. Dette medfører at farverepresentasjon blir et *tredimensjonalt* problem. Et eksempel på et slikt farverom er *RGB*-farverommet.
3. Farven representert ut i fra fysiologiske begreper som *lyshet*, *farvetone* og *metning/renhet*. Farverepresentasjonen blir også her et *tredimensjonalt* problem.

Det er metode 2 som brukes for det meste innen computergrafikk. Metode 3 brukes óg, men i en mindre grad.



Figur 1: RGB-farverommet til venstre og HSV-farverommene til høyre.

Det finnes en rekke farverom basert på metode 2: *CIE² XYZ* [Foley96, s.579], *RGB* [Foley96, s.585] samt [Levoy99], *CMY* [Foley96, s.587], *YIQ* [Foley96, s.589], *CIE Lab* [Glassner95, s.60] og *CIE Luv* [Glassner95, s.60].

¹I følge [Foley96, s.577-9] trenger man negative vekter for å få til absolutt alle synlige farver. Dette var en av motivasjonene bak *CIE XYZ*-systemet som er et farverom som spenner absolutt alle synlige farver med bare positive vekter.

²Commission Internationale de l'Eclairage

CIE XYZ, *RGB*, *CMY* og *YIQ* er bare affine transformasjoner av hverandre [Foley96, s.598], det vil si at man kan komme seg fra én representasjon til en annen bare ved hjelp av rotasjon, translasjon, skalering og skjærtransformering. Så en rett linje mellom to punkter forblir rett, og går igjennom de samme punktene uansett hvilket av disse rommene man regner i. Det betyr at de gir like interpolasjonsresultater.

CIE XYZ er organisert slik at intensiteten, eller lysheten, ligger i *Y* variabelen. Det betyr at hvis man ser bort i fra lysstyrken kan man representere alle fargene i *XZ*-planet, som er todimensjonalt og oversiktlig. *CIE XYZ* er et system som beskriver farven utifra “farveopplevelsen” til en gjennomsnittsperson. Derfor blir dette en systemuavhengig måte å representere en farve på. En farve i *CIE XYZ* blir oppfattet som samme farven uansett om den vises på en monitor, TV eller utskrift. Så det er vanlig å spesifisere et systems farverekkevidde på *XZ*-planet. Da kan man lett se hvilke farver som kan representeres i de forskjellige systemene.

Et problem med *CIE XYZ* er, som Glassner i [Glassner95, s.59] påpeker, at like avstander i farverommet ikke gir like visuelt oppfattede forskjeller. *CIE Lab* og *CIE Luv* er begge basert på *CIE XYZ*, og er forsøk på å være visuelt uniforme. De er i følge Glassner betydelig bedre enn *CIE XYZ*, men dog ikke perfekte.

RGB, *CMY* og *YIQ* er som sagt affine transformasjoner av *CIE XYZ* og er definert ut i fra teknologiske behov:

- *RGB*, se figur 1, benytter rødt, grønt og blått som primærfarver fordi dette er fargene på de tre forskjellige fosfortypene i en tv-skjerm, som igjen har sin årsak i tristimulusteorien. Dette er utvilsomt det overlegent mest benyttede farverommet innen computergenerert grafikk.
- *CMYK*³ benytter turkis, magenta og gult som basis fordi dette er pigmentene i farvesjiktene som benyttes ved trykking.
- *YIQ*, som benyttes i kringkasting av tv, har lysstyrken i *Y* og farvekodingen i *I* og *Q* fordi dette gir enkelt bakoverkompatibilitet for sort/hvitt-tv.

Det finnes farverom basert på metode 3 også, men dog betydelig færre. Disse farverommene benyttes ofte i brukergrensesnitt for å spesifisere farver, men benyttes sjelden internt i programmer. To eksempler er *HSV* [Foley96, s.590] samt [Levoy99] og *HLS* [Foley96, s.592].

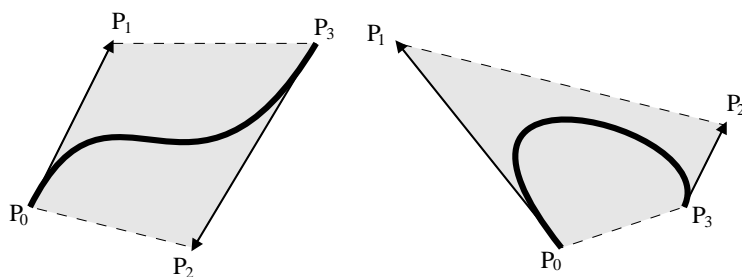
Både *HSV* og *HLS* baserer seg på begrepene farvekarakter (hue), metning (saturation) og lyshet (value/lightness). Forskjellen ligger i hvordan disse rommene geometrisk ser ut.

Farvetonen representeres av en vinkel i en farvesirkel basert på *Newtons* farvesirkel [Levoy99]. Sirkelen bygges opp av seks farver fordelt med lik vinkel mellom seg (se på bunnen på *HSV*-modellen i figur 1).

HSV er en kjegle hvor farvesirkelen ligger langs kanten på basen, og lysstyrken langs lengdeaksen. Metningen er avstanden fra lengdeaksen, så de rene fargene ligger langs randen, og de mettede i sentrum.

[Foley96] beskriver i teksten *HSV*-rommet, ikke som en rund kjegle, men som en “åttekantet kjegle”. Men programmnuttene [Foley96, s.592] og [Foley96, s.593], som jeg har benyttet meg av, omformer farver inn i en rund kjegle. Dette, og det intuitive at farvesirkelen er rund og ikke et oktagon, gav utslaget for at den sirkulære utgaven av *HSV*-rommet har blitt benyttet konsekvent i denne teksten.

³Forklaringen på *k*'en i *CMYK* står i kapittel 2



Figur 2: To Beziérkurver med tilhørende konveks omhyllning

HLS er som to kjegler satt oppå hverandre med basene mot hverandre, slik at hvitt ligger i den ene spissen, mens sort ligger i den andre. farvesirkelen ligger i midten, der hvor basene møtes. I følge [Levoy99] har *HLS* den fordelen at distanse i farverommet og oppfattet forskjell i farven er proporsjonal.

5 Kort om Beziérkurver

All interpolasjon i forsøkene til dette essayet benytter seg av *Beziérkurven*. En Beziérkurve beskrives av n kontrollpunkter, P_0, P_1, \dots, P_{n-1} , og kurven interpolerer P_0 og P_{n-1} , mens kontrollpunktene P_1, \dots, P_{n-2} , beskriver *formen* på kurven. Man benytter t , hvor $t \in [0, 1]$, som parameter.

Jeg tar utgangspunkt i en Beziérkurve med fire kontrollpunkter. Denne er et stykkevis kubisk polynom — det vil si en kurvebit av tredje grad.

Så gitt kontrollpunktene P_0, P_1, P_2 og P_3 interpolerer beziérkurven $Q(t)$ de to endepunktene P_0 og P_3 , mens P_1 og P_2 bestemmer tangentene slik at $Q'(0) = 3(P_1 - P_0)$ og $Q'(1) = 3(P_3 - P_2)$. Dette gir uttrykket

$$Q(t) = (1-t)^3 P_0 + 3t(1-t)^2 P_1 + 3t^2(1-t) P_2 + t^3 P_3. \quad (1)$$

De fire vektene $(1-t)^3$, $3t(1-t)^2$, $3t^2(1-t)$ og t^3 kalles ifølge [Foley96, s.498] *Bernstein polynomene*, og uttrykkes som

$$B_i^n(u) = \binom{n}{i} u^i (1-u)^{n-i}.$$

Dette gir oss muligheten for å uttrykke en Beziérkurve av vilkårlig orden mer kompakt og generelt som

$$Q(t) = \sum_{i=0}^n B_i^n(t) P_i.$$

En viktig egenskap Beziérkurver har er i følge [Foley96, s.490] at kurven *alltid* ligger innenfor *den konvekse omhyllningen* (The Convex Hull Property).

En konveks omhyllning er ifølge [Kincaid96, s.438] settet av alle mulige lineærkombinasjoner av punktene skallet tilhører hvor vektene ligger mellom null og en og summen er en. Det fine med denne egenskapen er at vi har en begrensning for kurvens utstrekning i rommet.

6 Håndtering av kurver og farver i OpenGL

I [ARB97, s.495-530] er det en glimrende introduksjon til OpenGLs repertoar av muligheter for å håndtere kurver og flater. Jeg vil her gi en kort gjennomgang av funksjonaliteten jeg benyttet meg av i forsøkene mine.

OpenGL implementerer i kjernen funksjonalitet som håndterer Beziérkurver og flater av vilkårlig orden. Geometri og teksturkoordinater kan spesifiseres som homogene koordinater, noe som OpenGL benytter internt. I følge [Foley96, s.501] gir kontrollpunkter i homogene koordinater muligheten for rasjonale splines, noe som er nødvendig for å representere kjeglesnitt.

Det finnes fire evaluatorene for å evaluere splines: én for geometri, én for farver, én for flatenormaler og én for teksturkoordinater. Hver av disse evaluatorene er uavhengige i den forstand at de har egne kontrollpunkter og hver sin orden.

For å kunne evaluere en spline må man først definere splinen. Dette gjøres ved hjelp av `glMap1f()`. Derefter skrur man denne evaluatoren på med `glEnable()`. Et eksempel på dette:

```
glMap1f(GL_MAP1_VERTEX_4,    /* hvilken type evaluator */
        0.0,                 /* minste u */
        1.0,                 /* største u */
        4,                   /* avstand mellom kontroll-
                               punktene i RAM. */
        4,                   /* orden */
        &ctrl_points[0][0]); /* kontrollpunkter */
glEnable(GL_MAP1_VERTEX_4);
```

Så når kurven skal tegnes, benyttes `glEvalCoord1()` istedenfor `glVertex()` og `glColor()` etc.:

```
glBegin(GL_LINE_STRIP);
for(i=0; i<100; i++) {
    glEvalCoord1((GLfloat)i*(1.0/100.0));
}
glEnd();
```

Man kan som alternativ la OpenGL ta seg av å regne ut u-koordinatene ved hjelp av `glMapGrid1()` og `glEvalMesh1`. Her er et eksempel som gjør nøyaktig det samme som programsnutten over:

```
glMapGrid1f(100, 0.0, 1.0); // steps(n), u0 og u1
glEvalMesh(GL_LINE, 0, 100); // type, n0 og n1
```

Flater er implementert på samme måte, bare med to parametere isteden for én. NURBS er ikke implementert i kjernen, men i støttebiblioteket GLU. NURBS-støtten ligger som et lag oppå Beziéreevaluatorene, og benytter disse når NURBS'ene skal evalueres [ARB97, s.512].

7 To små forsøk

Som et ledd i studiet gjorde jeg to forsøk. Det første forsøket gikk rett og slett ut på å teste ut noen av mulighetene for farvelegging av kurver i OpenGL. Da OpenGL

interpolerer i RGB-farverommet, dukket spørsmålet om hvorvidt dette var godt nok opp. Så det andre forsøket prøver å se hvilken forskjell det er mellom å interpolere i HSV-farverommet og RGB-farverommet.

Punktene P_x beskriver selve geometrien til kurven, mens punktene C_x beskriver farveleggingen som geometri i RGB-farverommet.

7.1 Farvelagte Beziérkurver i OpenGL

For å få et begrep om hvilke muligheter man har for farvelegging av kurver i OpenGL, laget jeg et lite testprogram som jeg kjørte på fire forskjellige datasett. De tre første datasettene benytter samme geometri, men har forskjellig orden på farveleggingen. Det siste datasettet benytter samme farver som det tredje datasettet, men har en alternativ geometri — for å se hvilken innflytelse geometrien har.

Jeg operer med to splines, én for geometri og én for farver. Farvesplinen interpolerer i farverommet og disse farvene ligger “klistret” til geometrisplinen. Så for en gitt t gir geometrisplinen koordinatet og farvesplinen gir farven til dette punktet. Disse to splineene har hver sine kontrollpunkter og orden.

OpenGL har en mekanisme, kalt *feedback buffers*, som gir muligheten for å “kapre” geometridataene helt til slutt i renderingpipelinen, etter transformasjoner og klipping, og rett før rastering. Programmet mitt setter opp et slikt feedback buffer, tegner en spline, og henter tilbake geometridataene etter at OpenGL har prosessert dem.

I tillegg til å tegne opp kurven, plukker programmet ut farvedataene. Disse tegner programmet som en kurve i RGB-farverommet. Dessuten tegner programmet en graf for intensiteten til rød, grønn og blå komponenten over t .

Jeg samlet splinen uniformt i 60 punkter. Dette gav etter min oppfatning en tetthet god nok for å gi et visuelt tilfredsstillende resultat.

Til første forsøk, hvis resultat kan ses på plansje I, ble punktene

$$P_0 = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix} \quad P_1 = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 1.0 \\ 0.0 \end{bmatrix} \quad P_2 = \begin{bmatrix} 0.6 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix} \quad P_3 = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 1.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}$$

benyttet som kontrollpunkter for geometrien. I farverommet ble lineærinterpolasjon benyttet med

$$C_0 = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 1.0 \end{bmatrix} \quad C_1 = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 1.0 \\ 0.0 \end{bmatrix},$$

hvor C_0 er en ren blåfarge og C_1 er en ren gul, som kontrollpunkter. Dette er to komplementærfarver, så resultatet blir som forventet: Grått på midten med en intensitet lik en halv.

Lineær interpolasjon mellom to farver er ikke akkurat så fryktelig imponerende, så farveinterpolasjonen ble økt til en tredjegradskurve med

$$C_0 = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 1.0 \end{bmatrix} \quad C_1 = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 1.0 \\ 0.0 \end{bmatrix} \quad C_2 = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 1.0 \\ 1.0 \end{bmatrix} \quad C_3 = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 0.0 \\ 1.0 \end{bmatrix}$$

som kontrollpunkter. Kontrollpunktene for geometrien ble beholdt. Resultatet kan sees på plansje II, hvor kurven interpolerer C_0 som er blå og C_3 som er purpur, og med kontrollpunktene C_1 som gul og C_2 som turkis. Resultatet ble en overgang mellom

blått og purpur, med en tur innom grått på veien. Denne kurven gav ganske god kontroll med farveovergangen.

Så for å gjøre det mer ekstremt ble de åtte kontrollpunktene

$$C_0 = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 1.0 \end{bmatrix} \quad C_1 = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 0.0 \\ 1.0 \end{bmatrix} \quad C_2 = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix} \quad C_3 = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}$$

$$C_4 = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 1.0 \\ 0.0 \end{bmatrix} \quad C_5 = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 1.0 \\ 0.0 \end{bmatrix} \quad C_6 = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 1.0 \\ 1.0 \end{bmatrix} \quad C_7 = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 1.0 \\ 1.0 \end{bmatrix}$$

benyttet for farveinterpolasjonen. Kontrollpunktene for geometrien var fortsatt de samme. Resultatet kan sees på plansje III. Hvert av kontrollpunktene er plassert i hvert sitt hjørne av farvekuben. Kurven interpolerer C_0 og C_7 som er henholdsvis blå og turkis. Videre er $C_1 \dots C_6$ plassert som følger: purpur, rød, sort, grønn, gul og hvit. Resultatet blir en meget underlig kurve i farverommet, men gir et inntrykk av at man virkelig kan få til de fleste farveoverganger.

Det spørsmålet som gjenstod var om hvorvidt selve geometrien til kurven hadde noen innvirkning på hvordan farveovergangen ble.

For å teste dette ble kontrollpunktene for farvesplinen beholdt og kontrollpunktene for geometrien byttet ut med

$$P_0 = \begin{bmatrix} 0.25 \\ 0.1 \\ 0.0 \end{bmatrix} \quad P_1 = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 1.0 \\ 0.0 \end{bmatrix} \quad P_2 = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 0.7 \\ 0.0 \end{bmatrix} \quad P_3 = \begin{bmatrix} 1.75 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}.$$

Dette gav jo selvfølgelig en annen kurve, men farveovergangen i forhold til parameterrommet holdt seg helt likt. Så det virker som om farveovergangen er uavhengig av geometrien.

7.2 Interpolasjon i både RGB og HSV-farverommene

Men er det riktig å benytte RGB-rommet til å interpolere i? Dette farverommet er utvilsomt det enkleste å benytte ved farveinterpolasjon, men hva ville Goethe sagt til dette mon tro?

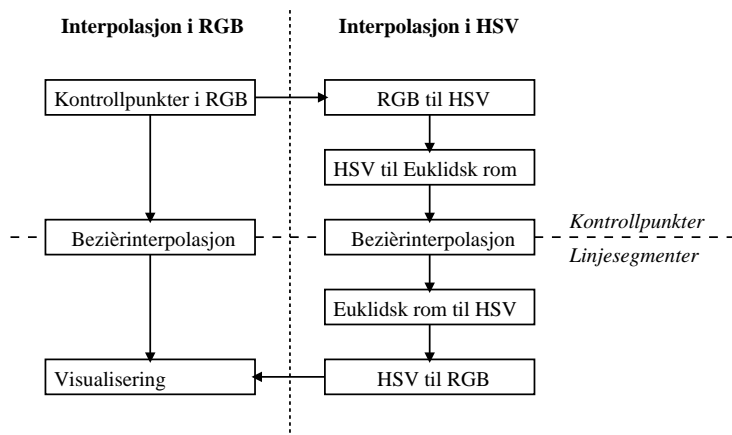
Hva med å benytte seg av et farverom som spiller mer på lag med intuisjonen? Dette motiverte meg til å prøve å interpolere *de samme fargene* i henholdsvis RGB og HSV farverommene, for så å sammenligne resultatene.

Til interpolasjon ble en helt vanlig tredjegrads Beziérkurve benyttet, hvor formelen er gitt i ligning 1 i kapittel 5.

HSV benytter seg av en slags sylinderkoordinater som ikke helt uten videre er enkle å interpolere med. Derfor ble en mapping fra disse koordinatene til vanlig euklidsk rom benyttet.

Men hvis det interpoleres i et vanlig euklidsk rom, hvordan kan man da være sikker på at kurven holder seg innenfor underrommet HSV modellen utspenner?

Da en kjegle er konveks, så vil i følge [Kincaid96, Teorem 1 s.737] enhver konveks kombinasjon av punkter som ligger inne i kjeglen også ligge inne i kjeglen. En konveks omhylling er en slik konveks kombinasjon, og derfor må en Beziérkurve ligge inne i denne farvekjeglen såfremt kontrollpunktene ligger innenfor — og det gjør de.



Figur 3: Implementasjonsskisse for testprogrammet i kapittel 7.2

Først ble interpolasjon langs korteste vei mellom to farger som var naboer på fargesirkelen prøvd, fra blå til magenta, gitt med kontrollpunktene

$$C_0 = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 1.0 \end{bmatrix} \quad C_1 = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.0 \\ 1.0 \end{bmatrix} \quad C_2 = \begin{bmatrix} 0.6 \\ 0.0 \\ 1.0 \end{bmatrix} \quad C_3 = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 0.0 \\ 1.0 \end{bmatrix} .$$

Resultatet kan sees på farveplansje V. Kontrollpunktene ble lagt på fargesirkelen mellom de to punktene. Det er nesten ingen forskjell mellom interpolasjonene.

Men hva hvis det interpoleres med mest mulig omvei? På farveplansje VI er nettopp dette gjort, med

$$C_0 = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 1.0 \end{bmatrix} \quad C_1 = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 1.0 \\ 0.0 \end{bmatrix} \quad C_2 = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 1.0 \\ 0.0 \end{bmatrix} \quad C_3 = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 0.0 \\ 1.0 \end{bmatrix}$$

som kontrollpunkter.

Fortsatt interpoleres det fra blå til lilla, men istedenfor å legge kontrollpunktene mellom fargene, er de lagt i gul og grønn. Her skiller de to metodene seg ved at interpolasjonen i HSV gir et betydelig lysere resultat.

Derefter ble interpolasjon mellom to komplementærfarver prøvd ut, fra grønt til magenta, med kontrollpunktene

$$C_0 = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 1.0 \\ 0.0 \end{bmatrix} \quad C_1 = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 1.0 \\ 0.0 \end{bmatrix} \quad C_2 = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix} \quad C_3 = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 0.0 \\ 1.0 \end{bmatrix}$$

jevnt fordelt med urviseren langs fargesirkelen. Som farveplansje VII viser gir også HSV et betydelig lysere resultat her.

Siste forsøk var å interpolere mellom sort og hvitt med kontrollpunkter i blått og gult, gitt ved

$$C_0 = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix} \quad C_1 = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 1.0 \end{bmatrix} \quad C_2 = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 1.0 \\ 0.0 \end{bmatrix} \quad C_3 = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 1.0 \\ 1.0 \end{bmatrix} .$$

Det pussige her er, som farveplansje VIII viser, at frem til rundt en tredjedel av interpolasjonen er begge interpolasjonene nesten like, for så å plutselig skille lag.

8 Oppsummering

Da *CIE XYZ*, *RGB*, *CMY* og *YIQ* er affine transformasjoner av hverandre vil interpolasjon gi de samme resultatet uavhengig av hvilket av disse farverommene man interpolerer i.

Som forsøket mitt viste, var det ikke så veldig stor forskjell mellom *RGB* og *HSV*. Litt forskjell var det når fargene lå langt ifra hverandre, hvor *HSV* gav et litt lysere resultat.

Det kan hende at interpolasjon i farverom, som vektlegger at lik avstand i rommet gir lik persepsjonell forskjell, vil gi litt penere overganger.

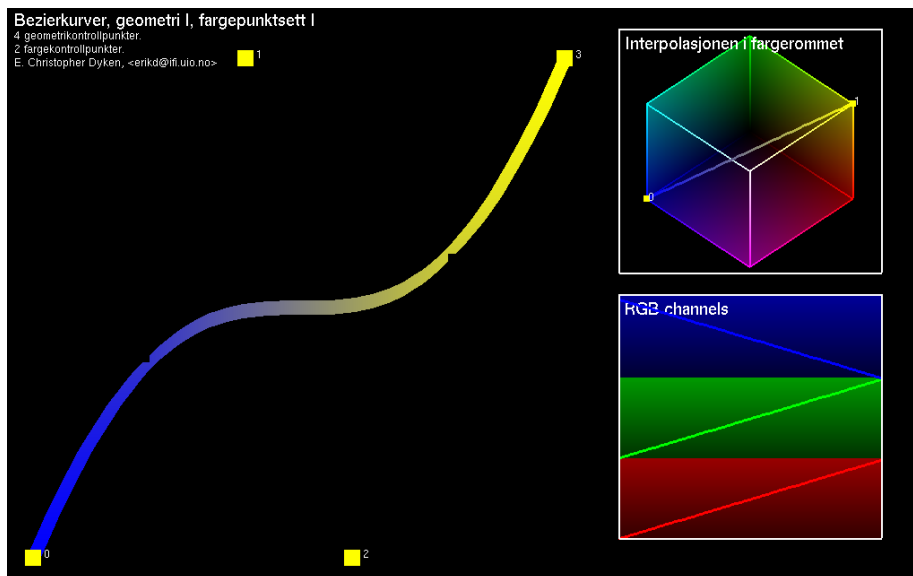
Noe som har blitt undervurdert i computergrafikk er menneskers psykologiske oppfattelse av farver. Computergenererte bilder har høstet mye kritikk for å være altfor "sterile". Det kan hende at hvis man benyttet seg av fenomener som for eksempel simultankontrast ville dette gi "fyldigere" bilder.

9 Referanser og farveplansjer

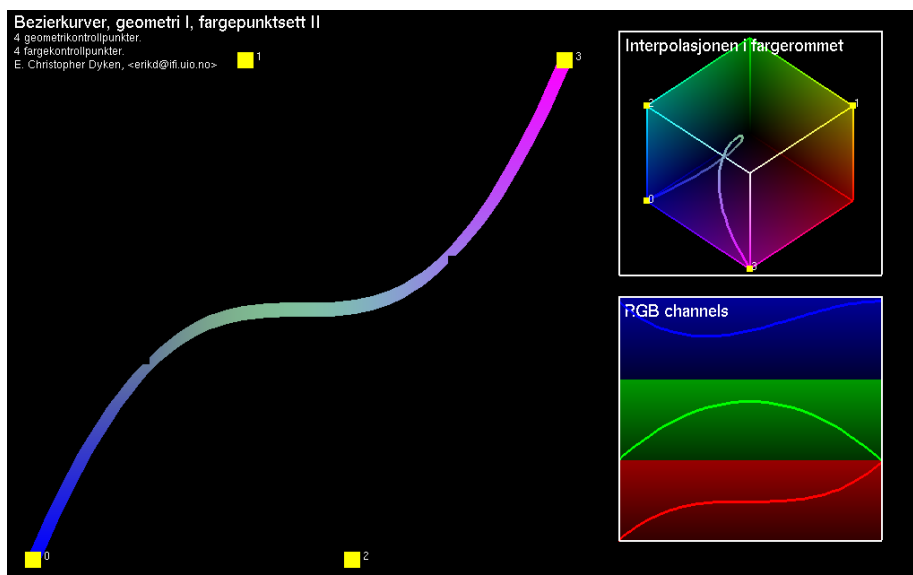
Referanser

- [Adobe00] Adobe Systems Incorporated, *Glossary of Color Management Terms*, lastet ned 12/9-2000 fra <http://www.adobe.com/support/techguides/color/colormanagement/glossary.html>, 2000.
- [ARB97] OpenGL Architecture Review Board, Mason Woo, Jackie Neider, Tom Davis, Dave Shreiner, *OpenGL Programming Guide*, 3. utgave, Addison-Wesley, 1997.
- [Ebert98] David S. Ebert, F. Kenton Musgrave, Darwyn Peachey, Ken Perlin, Steven Worley, *Texturing and Modeling: a procedural approach* 2. utgave, Academic Press, 1998.
- [Foley96] James D. Foley, Andries van Dam, Steven K. Feiner, John F. Hughes, *Computer Graphics, principles and practice*, 2. utgave, Addison-Wesley, 1996.
- [Glassner95] Andrew S. Glassner, *Principles of digital image synthesis, volume I*, Morgan Kaufman Publishers Inc., 1995.
- [Kincaid96] David Kincaid, Ward Cheney, *Numerical Analysis*, 2. utgave, Brooks/Cole Publishing Company, 1996
- [Levkowitz97] Haim Levkowitz, *Color theory and modeling for computer graphics, visualization and multimedia applications*, Kluwer Academic Publishers, 1997
- [Levoy99] Marc Levoy, *Lecture notes for CS248 — Introduction to Computer Graphics*, Høstsemesteret 99, Stanford Univeristy, sist oppdatert 08-10-199, lastet ned 03/09-2000 fra <http://graphics.stanford.edu/courses/cs248-99/color/color2.html>
- [Sepper88] Dennis L. Sepper *Goethe contra Newton: polemics and the project for a new science of color*, Cambridge University Press, 1988.
- [Verity80] Enid Verity, *Colour observed*, The Macmillan Press Ltd., 1980.
- [Zollinger99] Heinrich Zollinger *Color: a multidisciplinary approach*, Verlag Helvetica Chimica Acta, 1999

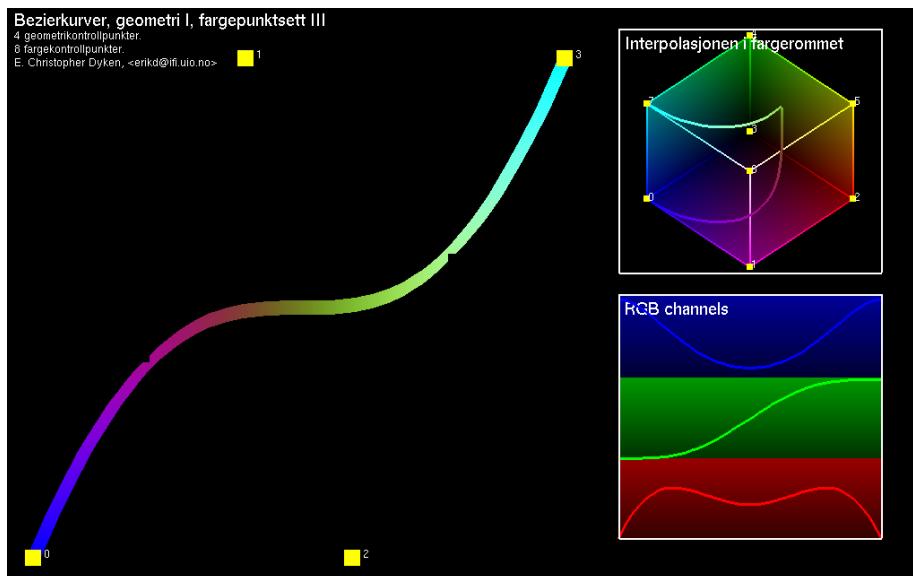
Farveplansje I



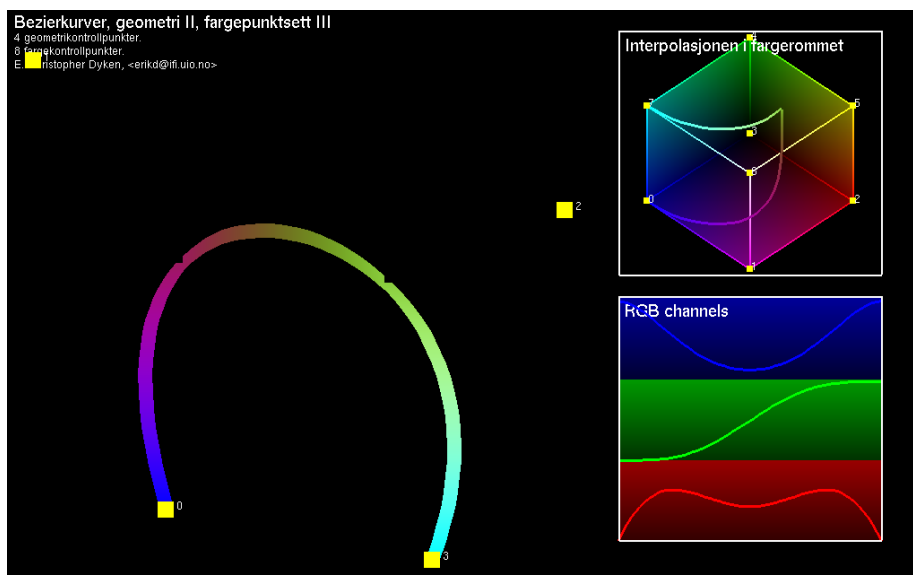
Farveplansje II



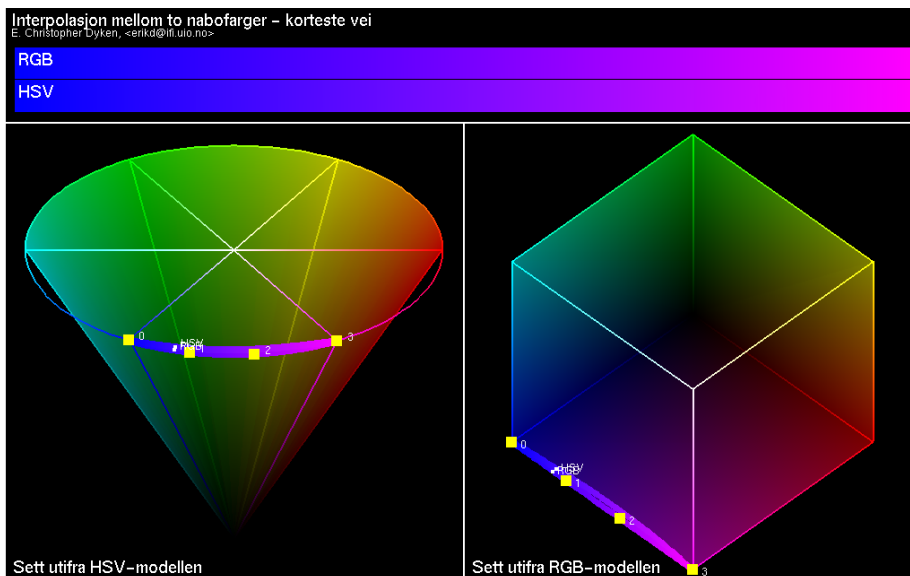
Farveplansje III



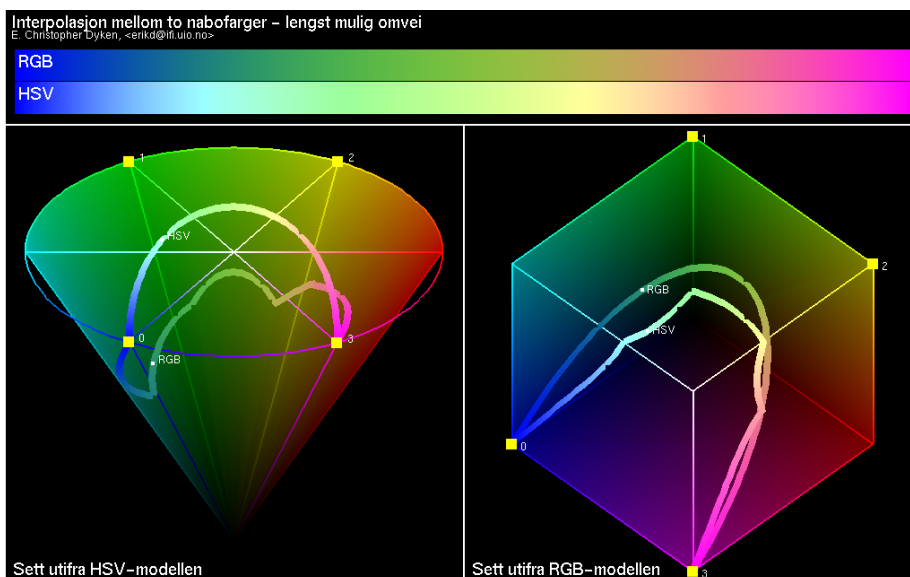
Farveplansje IV



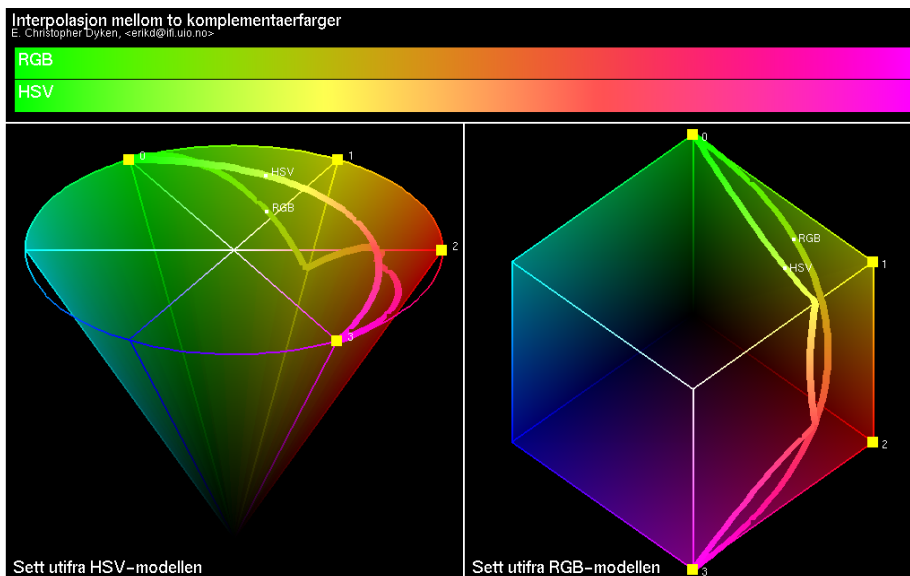
Farveplansje V



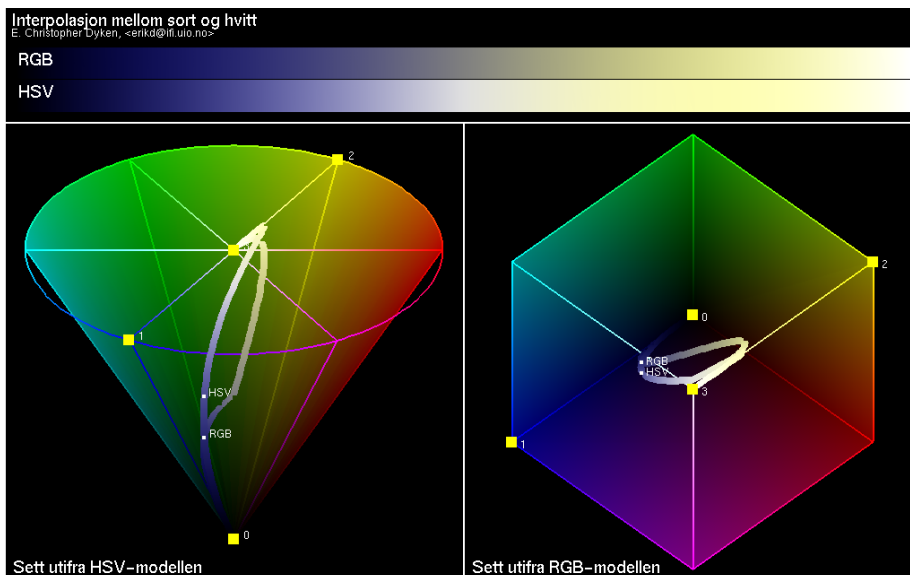
Farveplansje VI



Farveplansje VII

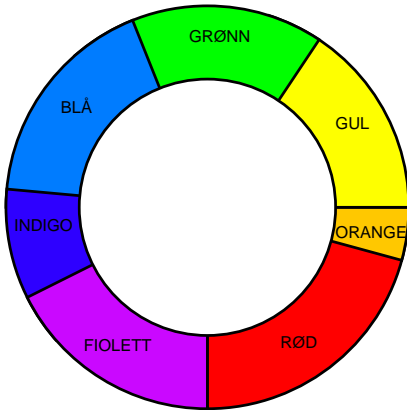


Farveplansje VIII



Farveplansje IX

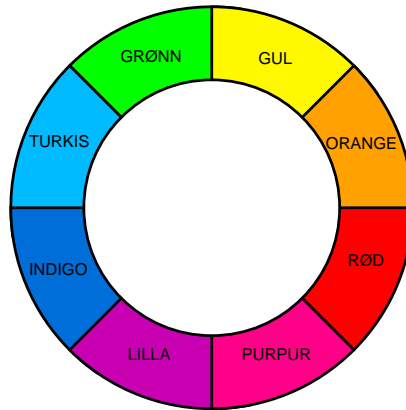
NEWTONS FØRSTE FARVESIRKEL



Fra "Opticks" utgitt i 1704.

Farveplansje X

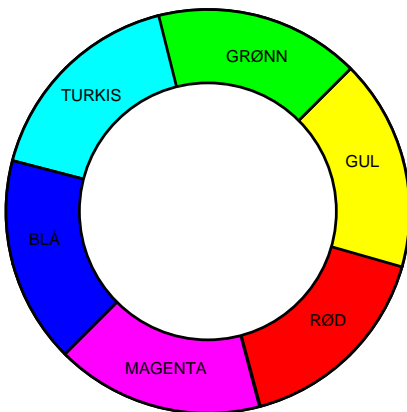
NEWTONS FARVESIRKEL II



Senere utgave.

Farveplansje XI

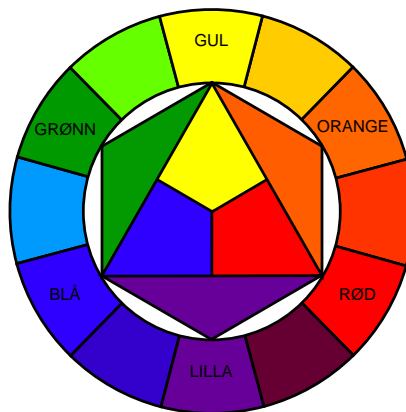
HSV-MODELLENS FARVESIRKEL



RGB og CMY basisene kombinert.

Farveplansje XII

JOHANNES ITTENS FARVESIRKEL



Fra "Kunst der Farbe" utgitt i 1961